

基于 TDOAs 与 FDOAs 的多信号源及感知节点联合定位算法

郝本建¹, 朱建峰², 李 赞¹, 肖 嵩¹, 关 磊¹, 万鹏武¹

(1. 西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室, 陕西西安 710071; 2. 通信信息控制和安全技术重点实验室, 浙江嘉兴 314033)

摘 要: 感知节点存在位置误差与速度误差的情况下, 本文采用信号到达时间差(TDOAs)与到达频率差(FDOAs)信息, 针对多信号源被动定位与感知节点进行位置及速度的同步优化问题进行了研究. 在 Sun 和 Ho 前期工作中, 只对多个不相关信号源进行了定位, 并没有同时给出感知节点位置及速度的优化解, 在很多实际应用中, 对多个信号源进行被动定位的同时需要对感知节点的位置及速度信息进行优化; 本文所提出的算法对前期算法进行了提升, 被定位信号源与感知节点的位置及速度可同时较好地达到克拉美罗下界(CRLB); 计算机仿真对本文理论推导进行了验证.

关键词: 到达时间差; 到达频率差; 多信号源; 被动定位; 节点位置及速度误差

中图分类号: TN911.23 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)10-1888-10

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.10.002

Joint Multiple Disjoint Sources and Sensors Localization Based on TDOAs and FDOAs

HAO Ben-jian¹, ZHU Jian-feng², LI Zan¹, XIAO Song¹, GUAN Lei¹, WAN Peng-wu¹

(1. State Key Laboratory of Integrated Services Networks, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China;

2. Science and Technology on Communication Information Security Control Laboratory, Jiaying, Zhejiang 314033, China)

Abstract: In the presence of sensor position and velocity errors, this paper considers the problem of simultaneously locating multiple disjoint sources and refining erroneous of sensor positions and velocities using time differences of arrival (TDOA) and frequency differences of arrival (FDOA). The previous work by Sun and Ho to solve this problem provided an efficient estimator for multiple disjoint sources, but it cannot provide optimum accuracy for the sensor positions and sensor velocities. In many practical applications, it's necessary and helpful to refine sensor locations and velocities while localizing multiple sources. The proposed method improves the previous method so that both the source and the sensor position and velocity estimates can achieve the Cramér-Rao lower bound (CRLB) accuracy very well over small noise region. The theoretical derivation is corroborated by simulations.

Key words: time differences of arrival (TDOAs); frequency differences of arrival (FDOAs); multiple sources; passive localization; sensor position and velocity errors

1 引言

近几十年来, 基于信号到达时间差(TDOA)的信号源定位问题已在传感器网络^[1,2]、雷达^[3]、声纳、探测、无线通信^[4]等领域得到广泛关注. 现代定位系统例如基于星载的地面移动目标定位系统经常使用动态移动平台作为感知接收节点, 移动平台比较静止平台具有一大优势, 那就是可以利用被定位目标与感知节点之间的相对移动造成的多普勒效应来估计信号的到达频率差

(FDOA), 此信息可用来提升 TDOA 定位系统的定位精度.

众所周知, 信号源被动定位问题需要确切可知感知节点的位置信息, 基于 FDOA 与 TDOA 的定位问题同时需要确切可知感知节点的速度信息, 传感器网络中节点位置及速度的极大误差都会较大的恶化信号源定位精度^[5~7]. 但很多实际应用中节点的真实位置与速度信息往往并不可知^[8~10], 例如声纳定位系统中感知节点是位置随机漂浮移动的浮标, 传感器网络中自定位得到的

节点位置往往存在估计误差,基于星载的地面目标定位系统中,高速运转的卫星系统的星历信息往往与实际真实值存在误差,这种情况下,定位算法需将感知节点的位置及速度统计知识考虑进来以提升定位精度^[11~13].

若仅需对信号源进行定位处理,文献[5]算法通过加权矩阵考虑利用感知节点位置及速度的不确切信息进行信号源定位,文献[1]算法将该方法扩展到多个不相关信号源定位应用中;在实际应用中,往往需要同时对感知节点的位置与速度进行估计,以便后续其它信号源定位时可利用精确的感知节点位置与速度信息,这就要求我们给出在感知节点存在位置误差与速度误差情况下,利用信号到达时间差(TDOA)与到达频率差(FDOA)信息,可对多信号源与感知节点的位置及速度进行联合估计的新型算法。

本文给出一种可同时优化感知节点位置及速度的信号源联合估计方法,所提算法对比文献[1]中算法,在第一步中便将感知节点位置及速度矢量作为待优化目标与信号源位置与速度矢量相联合,构成全局估计目标;在第二步中利用附属变量对信号源进行再优化时,同时利用附属变量与感知节点位置及速度之间的关系对感知节点进行再优化以进一步提升精度.本文所给出算法是代数闭式解算法,理论分析及计算机仿真均验证了其最优性能。

2 定位场景

本文所采用定位场景与文献[1]相同,该场景针对多个不相关目标进行 3D 定位,场景中有 N 个移动待定位信号源,其位置坐标及位置移动速度未知待估计,分别用 $\mathbf{u}_i^o = [x_{u,i}^o, y_{u,i}^o, z_{u,i}^o]^T$ 与 $\dot{\mathbf{u}}_i^o = [\dot{x}_{u,i}^o, \dot{y}_{u,i}^o, \dot{z}_{u,i}^o]^T, i = 1, 2, \dots, N$ 来表示各定位信号源的真实位置坐标及移动速度,待估计未知矢量用 $\boldsymbol{\theta}^o = [\boldsymbol{\theta}_1^{oT}, \boldsymbol{\theta}_2^{oT}, \dots, \boldsymbol{\theta}_N^{oT}]^T$ 表示,其中 $\boldsymbol{\theta}_i^o = [\mathbf{u}_i^{oT}, \dot{\mathbf{u}}_i^{oT}]^T$ 为第 i 个待定位目标的位置及速度参数。 $\boldsymbol{\theta}^o$ 通过 M 个移动节点组成的传感器网络测量信号源发射信号进行估计,感知节点的真实坐标与速度分别用 $\mathbf{s}^o = [s_1^{oT}, s_2^{oT}, \dots, s_M^{oT}]^T$ 与 $\dot{\mathbf{s}}^o = [\dot{s}_1^{oT}, \dot{s}_2^{oT}, \dots, \dot{s}_M^{oT}]^T$ 表示,其中 $\mathbf{s}_j^o = [x_{s,j}^o, y_{s,j}^o, z_{s,j}^o]^T$ 与 $\dot{\mathbf{s}}_j^o = [\dot{x}_{s,j}^o, \dot{y}_{s,j}^o, \dot{z}_{s,j}^o]^T, j = 1, 2, \dots, M$ 分别表示第 j 个节点的真实位置与移动速度,本文中 \mathbf{s}^o 与 $\dot{\mathbf{s}}^o$ 未知,进行信号源位置及速度估计时只能使用它们带误差的取值,即 $\mathbf{s} = [s_1^T, s_2^T, \dots, s_M^T]^T = \mathbf{s}^o + \Delta\mathbf{s}$ 与 $\dot{\mathbf{s}} = [\dot{s}_1^T, \dot{s}_2^T, \dots, \dot{s}_M^T]^T = \dot{\mathbf{s}}^o + \Delta\dot{\mathbf{s}}$, 其中 $\Delta\mathbf{s}$ 与 $\Delta\dot{\mathbf{s}}$ 分别为节点的位置及速度误差矢量,节点位置矢量由 $\boldsymbol{\beta} = [s_1^T, \dot{s}_1^T]^T |_{2 \times 3M \times 1} = \boldsymbol{\beta}^o + \Delta\boldsymbol{\beta}$ 表示,其中 $\Delta\boldsymbol{\beta} = [\Delta\mathbf{s}^T, \Delta\dot{\mathbf{s}}^T]^T$ 假设为零均值高斯随机矢量,其协方差矩阵为 \mathbf{Q}_β . 多目标定位时要求多个信号源之间互

不相关,进行 TDOA 或 FDOA 测量时,不同信号或者出现在不同的时域,或者在不同的频带内,针对每个信号都会得到一组 TDOA 与 FDOA 测量值, TDOA 测量与 FDOA 测量采用不同方法,它们的估计结果之间互不相关。

信号源 i 发射信号到达节点 s_j 与参考节点 s_1 的时间差 TDOA 估计值,乘以信号传播速度 c 后表示为

$$r_{j1,i} = r_{j1,i}^o + \Delta r_{j1,i}, i = 1, 2, \dots, N, j = 2, 3, \dots, M \quad (1)$$

其中 $\Delta r_{j1,i}$ 为 TDOA 测量误差. 定义信号源真实位置 \mathbf{u}_i^o 与感知节点 j 之间的真实距离为 $r_{j,i}^o$

$$r_{j,i}^o = \|\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_j^o\| \quad (2)$$

其中 $\|\ast\|$ 表示 2 范数运算. 则 TDOA 真实值 $r_{j1,i}^o$ 为

$$r_{j1,i}^o = r_{j,i}^o - r_{1,i}^o \quad (3)$$

因此,信号 i 的 TDOA 矢量可表示为

$$\mathbf{r}_i = [r_{21,i}, r_{31,i}, \dots, r_{M1,i}]^T = \mathbf{r}_i^o + \Delta\mathbf{r}_i \quad (4)$$

其中 $\Delta\mathbf{r}_i = [\Delta r_{21,i}, \Delta r_{31,i}, \dots, \Delta r_{M1,i}]^T$ 为 TDOA 测量误差矢量。

另一方面,信号源 i 发射信号到达节点 s_j 与参考节点 s_1 的频率差 FDOA 估计值,乘以信号传播速度 c 并除以载波频率 f_c 后表示为

$$\dot{r}_{j1,i} = \dot{r}_{j,i}^o + \Delta\dot{r}_{j1,i} = \dot{r}_{j,i}^o - \dot{r}_{1,i}^o + \Delta\dot{r}_{j1,i} \quad (5)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, M, \dot{r}_{j,i}^o$ 表示信号源 i 与节点 j 之间的距离变化的真实速度,可通过对式(2)求导得到

$$\dot{r}_{j,i}^o = (\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_j^o) / \|\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_j^o\| \cdot (\dot{\mathbf{u}}_i^o - \dot{\mathbf{s}}_j^o) = \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i^o, \mathbf{s}_j^o}^T (\dot{\mathbf{u}}_i^o - \dot{\mathbf{s}}_j^o) \quad (6)$$

其中

$$\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i^o, \mathbf{s}_j^o} = (\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_j^o) / \|\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_j^o\|$$

将所有 FDOA 测量值放在一起构成

$$\dot{\mathbf{r}}_i = [\dot{r}_{21,i}, \dot{r}_{31,i}, \dots, \dot{r}_{M1,i}]^T = \dot{\mathbf{r}}_i^o + \Delta\dot{\mathbf{r}}_i \quad (7)$$

将信号源 i 的 TDOA 与 FDOA 放在一起得到

$$\boldsymbol{\alpha}_i = [\mathbf{r}_i^T, \dot{\mathbf{r}}_i^T]^T = \boldsymbol{\alpha}_i^o + \Delta\boldsymbol{\alpha}_i \quad (8)$$

其中 $\Delta\boldsymbol{\alpha}_i = [\Delta\mathbf{r}_i^T, \Delta\dot{\mathbf{r}}_i^T]^T$, 将所有信号的 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 放在一起构成

$$\boldsymbol{\alpha} = [\boldsymbol{\alpha}_1^T, \boldsymbol{\alpha}_2^T, \dots, \boldsymbol{\alpha}_N^T]^T = \boldsymbol{\alpha}^o + \Delta\boldsymbol{\alpha} \quad (9)$$

$\Delta\boldsymbol{\alpha}$ 假设为协方差矩阵为 \mathbf{Q}_α 的零均值高斯随机矢量,并假设 $\Delta\boldsymbol{\alpha}$ 与 $\Delta\boldsymbol{\beta}$ 之间相互独立。

本文的要解决的问题就是使用 $\boldsymbol{\alpha}$ 与带有误差的感知节点位置及速度信息 $\boldsymbol{\beta}$ 来联合估计信号源位置及速度信息 $\boldsymbol{\theta}^o$, 并同时优化感知节点位置及速度信息 $\boldsymbol{\beta}$ 。

3 信号源及感知节点联合估计算法

在此,我们通过信号源 TDOA 与 FDOA 测量值,结合带误差的感知节点位置及速度信息联合估计得到两

个信号源的位置及移动速度,该问题解决的难点在于进行 TDOA 与 FDOA 测量时信号源与感知节点之间的位置与速度通过非线性函数相互限制,传统方式是通过迭代最大似然方法解决此问题,此方法的性能很大程度上取决于被定位目标初始估计值与真实值的接近程度,在实际应用中很难保证高可靠的初始值估计.在此,我们将非线性方程转换为伪线性方程,该过程通过测量信息的非线性转换及附属参数的引入实现.

3.1 TDOA 伪线性方程

将 $r_{j1,i}^o = r_{j,i}^o - r_{1,i}^o$ 整理为 $r_{j1,i}^o + r_{1,i}^o = r_{j,i}^o, j = 2, 3, \dots, M, i = 1, 2$, 两边平方并将 $r_{j,i}^o = (\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_j^o)^T (\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_j^o)$ 与 $r_{1,i}^o = (\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1^o)^T (\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1^o)$ 带入并简化得到:

$$r_{j1,i}^o + 2r_{j1,i}^o r_{1,i}^o = \mathbf{s}_j^{oT} \mathbf{s}_j^o - \mathbf{s}_1^{oT} \mathbf{s}_1^o - 2(\mathbf{s}_j^o - \mathbf{s}_1^o)^T \mathbf{u}_i^o \quad (10)$$

TDOA 的真实值 $r_{j1,i}^o$ 与感知节点位置的真实值 $\mathbf{s}_j^o, \mathbf{s}_1^o$ 无法得到,只能得到其带有误差的值,将 $r_{j1,i}^o = r_{j1,i} - \Delta r_{j1,i}, \mathbf{s}_j^o = \mathbf{s}_j - \Delta \mathbf{s}_j$ 与 $\mathbf{s}_1^o = \mathbf{s}_1 - \Delta \mathbf{s}_1$ 带入上式得到:

$$r_{j,i}^o \Delta r_{j1,i} = 0.5(r_{j1,i}^2 - \mathbf{s}_j^{oT} \mathbf{s}_j^o + \mathbf{s}_1^{oT} \mathbf{s}_1^o) + (\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1)^T \mathbf{u}_i^o + r_{j1,i} r_{1,i}^o - \mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_j)^T \Delta \mathbf{s}_j + (\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1)^T \Delta \mathbf{s}_1 \quad (11)$$

其中 TDOA 误差 $\Delta r_{j1,i}$ 与感知节点位置误差 $\Delta \mathbf{s}_j, \Delta \mathbf{s}_1$ 的二次方项忽略,当 $\Delta r_{j1,i}, \Delta \mathbf{s}_j, \Delta \mathbf{s}_1$ 取值足够小时上式只保留误差的线性部分不会给定位性能产生很大影响,相反,当 TDOA 误差和/或感知节点位置误差增大时,误差的二次方项变得很重要,会降低定位性能.

注意上式中信号源 \mathbf{u}_i^o 与感知节点 1 的真实距离 $r_{1,i}^o$ 同样因为无法得到 \mathbf{s}_1^o 而无法得到,因此 $r_{1,i}^o$ 中引入带有误差的 s_1 得到:

$$r_{1,i}^o = \|\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1^o\| = \|\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1 + \Delta \mathbf{s}_1\| \approx \bar{r}_{1,i} + \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i^o, \mathbf{s}_1}^T \Delta \mathbf{s}_1 \quad (12)$$

式中 $\bar{r}_{1,i}$ 表示信号源 i 与带误差感知节点 1 的位置距离,定义为:

$$\bar{r}_{1,i} = \|\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1\| \quad (13)$$

将式(12)带回到式(11)并简化得到:

$$r_{j,i}^o \Delta r_{j1,i} = \frac{1}{2}(r_{j1,i}^2 - \mathbf{s}_j^{oT} \mathbf{s}_j^o + \mathbf{s}_1^{oT} \mathbf{s}_1^o) + (\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1)^T \mathbf{u}_i^o + r_{j1,i} \bar{r}_{1,i} - (\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_j)^T \Delta \mathbf{s}_j + [r_{j1,i} \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i^o, \mathbf{s}_1} + \mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1]^T \Delta \mathbf{s}_1 \quad (14)$$

该式将 TDOA 测量值 $r_{j1,i}$ 、可知位置的感知节点坐标 $\mathbf{s}_j, \mathbf{s}_1$ 与未知的信号源真实坐标 \mathbf{u}_i^o 以及 $\Delta \mathbf{s}_j, \Delta \mathbf{s}_1$ 建立起联系,但是因为 \mathbf{u}_i^o 与 $\Delta \mathbf{s}_j, \Delta \mathbf{s}_1$ 之间作为解的形式相互限制,使得上式不易求解.在此,虚拟信号源位置坐标 $\bar{\mathbf{u}}_i$ 被引入以解决该问题,通过 $\mathbf{u}_i^o = \bar{\mathbf{u}}_i - \Delta \bar{\mathbf{u}}_i$ 来表示信号源真实位置,若 $\Delta \bar{\mathbf{u}}_i$ 相对于 $\bar{\mathbf{u}}_i$ 不大,我们可以忽略 $\Delta \bar{\mathbf{u}}_i$ 与 $\Delta \mathbf{s}_j, \Delta \mathbf{s}_1$ 之间的乘积项,因此式(14)变为:

$$r_{j,i}^o \Delta r_{j1,i} = \eta_{j,i} - (\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1)^T \Delta \bar{\mathbf{u}}_i + r_{j1,i} \bar{r}_{1,i} - (\bar{\mathbf{u}}_i - \mathbf{s}_j)^T \Delta \mathbf{s}_j - \mathbf{d}_{j,i}^T \Delta \mathbf{s}_1 \quad (15)$$

其中:

$$\eta_{j,i} = 0.5(r_{j1,i}^2 - \mathbf{s}_j^{oT} \mathbf{s}_j^o + \mathbf{s}_1^{oT} \mathbf{s}_1^o) + (\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1)^T \bar{\mathbf{u}}_i$$

$$\mathbf{d}_{j,i} = -r_{j1,i} \boldsymbol{\rho}_{\bar{\mathbf{u}}_i, \mathbf{s}_1} - (\bar{\mathbf{u}}_i - \mathbf{s}_1)$$

$$\bar{r}_{1,i} = \|\bar{\mathbf{u}}_i - \mathbf{s}_1 - \Delta \bar{\mathbf{u}}_i\|$$

因为 $\bar{\mathbf{u}}_i$ 已知,求解 $\Delta \bar{\mathbf{u}}_i$ 也就是求解 \mathbf{u}_i^o ,引入虚拟信号源坐标后,式(11)成为 $\Delta \bar{\mathbf{u}}_i, \Delta \mathbf{s}_j, \Delta \mathbf{s}_1$ 与 $\bar{r}_{1,i}$ 的伪线性方程.

3.2 FDOA 伪线性方程

另一方面,对式(15)相对时间求导便得到关于 $\Delta \bar{\mathbf{u}}_i, \bar{r}_{1,i}, \Delta \bar{\mathbf{u}}_i, \dot{\bar{r}}_{1,i}, \Delta \mathbf{s}_j, \Delta \mathbf{s}_1, \Delta \dot{\mathbf{s}}_j, \Delta \dot{\mathbf{s}}_1$ 的 FDOA 伪线性方程

$$r_{j,i}^o \Delta \dot{r}_{j1,i} + \dot{r}_{j,i}^o \Delta r_{j1,i} = \dot{\eta}_{j,i} - (\dot{\mathbf{s}}_j - \dot{\mathbf{s}}_1)^T \Delta \bar{\mathbf{u}}_i - (\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1)^T \Delta \dot{\bar{\mathbf{u}}}_i + \dot{r}_{j1,i} \bar{r}_{1,i} + r_{j1,i} \dot{\bar{r}}_{1,i} - (\bar{\mathbf{u}}_i - \dot{\mathbf{r}}_j)^T \Delta \dot{\mathbf{s}}_j - (\bar{\mathbf{u}}_i - \mathbf{s}_j) \Delta \dot{\mathbf{s}}_j - \dot{\mathbf{d}}_{j,i}^T \Delta \mathbf{s}_1 - \mathbf{d}_{j,i}^T \Delta \dot{\mathbf{s}}_1 \quad (16)$$

其中 $\Delta \dot{r}_{j1,i}$ 为 FDOA 测量误差, $\Delta \dot{\mathbf{s}}_j, \Delta \dot{\mathbf{s}}_1$ 分别为节点 $\mathbf{s}_j, \mathbf{s}_1$ 的移动速度误差,

$$\dot{\eta}_{j,i} = r_{j1,i} \dot{r}_{j1,i} - \dot{\mathbf{s}}_j^T \mathbf{s}_j + \dot{\mathbf{s}}_1^T \mathbf{s}_1 + (\dot{\mathbf{s}}_j - \dot{\mathbf{s}}_1)^T \bar{\mathbf{u}}_i + (\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1)^T \dot{\bar{\mathbf{u}}}_i$$

$$\dot{\bar{r}}_{1,i} = (\dot{\bar{\mathbf{u}}}_i - \dot{\mathbf{s}}_1)^T \boldsymbol{\rho}_{\bar{\mathbf{u}}_i, \mathbf{s}_1}$$

$$\dot{\mathbf{d}}_{j,i} = -[\mathbf{I}_{3 \times 3} + (r_{j1,i} / \bar{r}_{1,i})(\mathbf{I}_{3 \times 3} - \boldsymbol{\rho}_{\bar{\mathbf{u}}_i, \mathbf{s}_1} \boldsymbol{\rho}_{\bar{\mathbf{u}}_i, \mathbf{s}_1}^T)] \cdot (\bar{\mathbf{u}}_i - \dot{\mathbf{s}}_1) - r_{j1,i} \boldsymbol{\rho}_{\bar{\mathbf{u}}_i, \mathbf{s}_1}$$

在此需指出本文所推导得到的伪线性方程(15)与(16)与文献[1]中有所不同,文献[1]中伪线性方程未使用虚拟信号源位置及速度进行转换,并且文献[1]并未将节点位置误差 $\Delta \mathbf{s}_j, \Delta \mathbf{s}_1$ 及速度误差 $\Delta \dot{\mathbf{s}}_j, \Delta \dot{\mathbf{s}}_1$ 作为估计目标进行处理,只将 $\Delta \bar{\mathbf{u}}_i, \bar{r}_{1,i}, \Delta \bar{\mathbf{u}}_i, \dot{\bar{r}}_{1,i}$ 作为待估计量进行算法推导,在此本文同时将 $\Delta \mathbf{s}_j, \Delta \mathbf{s}_1$ 与 $\Delta \dot{\mathbf{s}}_j, \Delta \dot{\mathbf{s}}_1$ 作为待估计量进行处理,以进一步提高定位精度.

3.3 本文算法

第一步:定义信号源 i 的未知矢量为 $\boldsymbol{\varphi}_{1,i}^o = [\Delta \bar{\mathbf{u}}_i^T, \bar{r}_{1,i}, \Delta \bar{\mathbf{u}}_i^T, \dot{\bar{r}}_{1,i}]^T$, 对于 TDOA 测量值,当 $j = 2, 3, \dots, M$ 时,由式(15)可得

$$\epsilon_{t,i} = \mathbf{h}_{t,i} - \mathbf{G}_{t,i} \boldsymbol{\varphi}_{1,i}^o - [\mathbf{D}_{s,i} \quad \mathbf{O}_{(M-1) \times 3M}] \Delta \boldsymbol{\beta} \quad (17)$$

其中:

$$\epsilon_{t,i} \triangleq [\mathbf{B}_{s,i} \quad \mathbf{O}_{(M-1) \times (M-1)}] \Delta \boldsymbol{\alpha}_i$$

$$\mathbf{B}_{s,i} = \text{diag}([r_{2,i}^o, r_{3,i}^o, \dots, r_{M,i}^o]^T)$$

$$\mathbf{h}_{t,i} = [\eta_{2,i} \quad \eta_{3,i} \quad \dots \quad \eta_{M,i}]^T$$

$$\mathbf{G}_{t,i} = \begin{bmatrix} (\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1)^T & -r_{21,i} & \mathbf{O}_{1 \times 4} \\ (\mathbf{s}_3 - \mathbf{s}_1)^T & -r_{31,i} & \mathbf{O}_{1 \times 4} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (\mathbf{s}_M - \mathbf{s}_1)^T & -r_{M1,i} & \mathbf{O}_{1 \times 4} \end{bmatrix}_{(M-1) \times 8}$$

$$\mathbf{D}_{s,i} = [\mathbf{D}_{2,i}, \mathbf{D}_{3,i}, \dots, \mathbf{D}_{M,i}]^T$$

$$\mathbf{D}_{j,i} = [\mathbf{d}_{j,i}^T \quad \mathbf{O}_{3(j-2) \times 1}^T \quad (\hat{\mathbf{u}}_i - \hat{\mathbf{s}}_j)^T \quad \mathbf{O}_{3(M-j) \times 1}^T]$$

另一方面,对于 FDOA 测量值,当 $j=2,3,\dots,M$ 时,

由式(16)可得信号源 i 的 FDOA 方程为

$$\epsilon_{f,i} = \mathbf{h}_{f,i} - \mathbf{G}_{f,i} \phi_{1,i}^o - [\dot{\mathbf{D}}_{s,i} \quad \mathbf{D}_{s,i}] \Delta \boldsymbol{\beta} \quad (18)$$

其中:

$$\epsilon_{f,i} \triangleq [\dot{\mathbf{B}}_{s,i} \quad \mathbf{B}_{s,i}] \Delta \boldsymbol{\alpha}_i$$

$$\dot{\mathbf{B}}_{s,i} = \text{diag}([\dot{r}_{2,i}^o, \dot{r}_{3,i}^o, \dots, \dot{r}_{M,i}^o]^T)$$

$$\mathbf{h}_{f,i} = [\dot{\eta}_{2,i} \quad \dot{\eta}_{3,i} \quad \dots \quad \dot{\eta}_{M,i}]^T$$

$$\mathbf{G}_{f,i} = \begin{bmatrix} (\hat{\mathbf{s}}_2 - \hat{\mathbf{s}}_1)^T & -\dot{r}_{21,i} & (\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1)^T & -r_{21,i} \\ (\hat{\mathbf{s}}_3 - \hat{\mathbf{s}}_1)^T & -\dot{r}_{31,i} & (\mathbf{s}_3 - \mathbf{s}_1)^T & -r_{31,i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (\hat{\mathbf{s}}_M - \hat{\mathbf{s}}_1)^T & -\dot{r}_{M1,i} & (\mathbf{s}_M - \mathbf{s}_1)^T & -r_{M1,i} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{D}}_{s,i} = [\dot{\mathbf{D}}_{2,i}, \dot{\mathbf{D}}_{3,i}, \dots, \dot{\mathbf{D}}_{M,i}]^T$$

$$\dot{\mathbf{D}}_{j,i}^T = [\dot{\mathbf{d}}_{j,i}^T \quad \mathbf{O}_{3(j-2) \times 1}^T \quad (\hat{\mathbf{u}}_i - \hat{\mathbf{s}}_j)^T \quad \mathbf{O}_{3(M-j) \times 1}^T]$$

将式(17)、(18)组合构成信号源 i 的 TDOA 与 FDOA 联合矩阵方程为:

$$\epsilon_{1,i} = \mathbf{h}_{1,i} - \mathbf{G}_{1,i} \phi_{1,i}^o - \mathbf{D}_{1,i} \Delta \boldsymbol{\beta} \quad (19)$$

其中

$$\epsilon_{1,i} = [\epsilon_{t,i}^T, \epsilon_{f,i}^T]^T = \mathbf{B}_{1,i} \Delta \boldsymbol{\alpha}_i, \mathbf{h}_{1,i} = [\mathbf{h}_{t,i}^T, \mathbf{h}_{f,i}^T]^T$$

$$\mathbf{D}_{1,i} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{s,i} & \mathbf{O}_{(M-1) \times 3M} \\ \dot{\mathbf{D}}_{s,i} & \mathbf{D}_{s,i} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{1,i} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{s,i} & \mathbf{O}_{(M-1) \times (M-1)} \\ \dot{\mathbf{B}}_{s,i} & \mathbf{B}_{s,i} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_{1,i} = [\mathbf{G}_{t,i}^T, \mathbf{G}_{f,i}^T]^T$$

将所有信号源 i 的未知矢量 $\phi_{1,i}^o, i=1,2,\dots,N$ 组合构成联合未知矢量 $\phi_1^o = [\phi_{1,1}^o, \phi_{1,2}^o, \dots, \phi_{1,N}^o]^T \in \mathbb{R}^{8N \times 1}$, ϕ_1^o 所对应的整个矩阵方程为

$$\epsilon_1 = \mathbf{h}_{1,u} - \mathbf{G}_{1,u} \phi_1^o - \mathbf{D}_1 \Delta \boldsymbol{\beta} \quad (20)$$

其中联合测量误差矢量 ϵ_1 为

$$\epsilon_1 = \mathbf{B}_1 \Delta \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{B}_1 = \text{diag}(\mathbf{B}_{1,1}, \mathbf{B}_{1,2}, \dots, \mathbf{B}_{1,N})$$

式(20)右侧

$$\mathbf{h}_{1,u} = [\mathbf{h}_{1,1}^T, \mathbf{h}_{1,2}^T, \dots, \mathbf{h}_{1,N}^T]^T$$

$$\mathbf{G}_{1,u} = \text{diag}(\mathbf{G}_{1,1}, \mathbf{G}_{1,2}, \dots, \mathbf{G}_{1,N})$$

$$\mathbf{D}_1 = [\mathbf{D}_{1,1}^T, \mathbf{D}_{1,2}^T, \dots, \mathbf{D}_{1,N}^T]^T$$

至此,式(20)构建了所有被定位目标的 TDOA 与 FDOA 联合矩阵方程,由式(20)可知,不同信号源测得的 TDOA 与 FDOA 信息具有相同的感知节点位置误差

$\Delta \boldsymbol{\beta}$,但感知节点自身的位置误差与速度误差的统计知识尚未利用,此方面在文献[1]中并未考虑,不利用感知节点的统计知识,势必会对定位精度造成一定程度的影响.如上所述, $\Delta \boldsymbol{\beta}$ 假设为协方差矩阵为 \mathbf{Q}_β 的零均值高斯随机矢量,为结合利用该信息,我们延用 Sorenson^[14]的方法得到

$$-\Delta \boldsymbol{\beta} = \mathbf{O}_{6M \times 1} - \mathbf{O}_{6M \times 8N} \phi_1^o - \mathbf{I}_{6M \times 6M} \Delta \boldsymbol{\beta} \quad (21)$$

由式(20)与式(21)可得

$$\zeta_1 = \mathbf{h}_1 - \mathbf{G}_1 \phi_1^o \quad (22)$$

其中

$$\zeta_1 = [\epsilon_1^T, -\Delta \boldsymbol{\beta}^T]^T, \mathbf{h}_1 = [\mathbf{h}_{1,u}^T, \mathbf{O}_{1 \times 6M}]^T$$

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{1,u} & \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{O}_{6M \times 8N} & \mathbf{I}_{6M \times 6M} \end{bmatrix}, \phi_1^o = \begin{bmatrix} \phi_1^o \\ \Delta \boldsymbol{\beta} \end{bmatrix}$$

式(22)的最小二乘解(WLS)为

$$\hat{\phi}_1 = [\hat{\phi}_1^T, \Delta \hat{\boldsymbol{\beta}}^T]^T = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{h}_1 \quad (23)$$

其中 $\hat{\phi}_1^T = [\hat{\phi}_{1,1}^T, \hat{\phi}_{1,2}^T, \dots, \hat{\phi}_{1,N}^T]^T$ 与 $\Delta \hat{\boldsymbol{\beta}} = [\Delta \hat{\mathbf{s}}^T, \Delta \hat{\mathbf{s}}^T]^T$ 分别为 ϕ_1^o 与 $\Delta \boldsymbol{\beta}$ 的估计值; \mathbf{W}_1 为由式(22)所得的加权矩阵

$$\mathbf{W}_1 = E[\zeta_1 \zeta_1^T]^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \mathbf{Q}_\alpha \mathbf{B}_1^T & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{Q}_\beta \end{bmatrix}^{-1} \quad (24)$$

在此利用了假设条件即 TDOA 与 FDOA 测量误差矢量 $\Delta \boldsymbol{\alpha}$ 与感知节点位置误差矢量 $\Delta \boldsymbol{\beta}$ 之间相互独立.

将式(22)中 \mathbf{h}_1 代入式(23)中得

$$\hat{\phi}_1 = \phi_1^o + \Delta \varphi_1 \quad (25)$$

其中估计误差 $\Delta \varphi_1 = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \zeta_1$,因此通过式(25)以及 ϕ_1^o 未知矢量的确定性可知 $\text{cov}(\varphi_1) = \text{cov}(\Delta \varphi_1)$,但因 \mathbf{G}_1 与 ζ_1 均包含了 $\Delta \boldsymbol{\alpha}$ 与 $\Delta \boldsymbol{\beta}$,很难直接评估 $\text{cov}(\Delta \varphi_1)$;在这些误差均较小的条件下, \mathbf{G}_1 误差可忽略,估计误差 $\Delta \varphi_1$ 与方程误差 ζ_1 成线性比例,因为如前所述 $\Delta \boldsymbol{\alpha}$ 与 $\Delta \boldsymbol{\beta}$ 为零均值的,故 $E[\Delta \varphi_1] = 0$,并且 φ_1 为近似无偏估计.因此,在低噪声情况下,通过式(23)可知协方差矩阵近似等于

$$\text{cov}(\varphi_1) = \text{cov}(\Delta \varphi_1) \simeq E[\Delta \varphi_1 \Delta \varphi_1^T] \simeq (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \quad (26)$$

第二步:本文在此继续对第一步中所估计得到的 $\hat{\phi}_1$ 进行进一步优化,为描述简单,定义 $\hat{\phi}_1$ 中

$$\hat{\phi}_{1,i}(1:3) \triangleq \hat{\phi}_1(8(i-1) + 1:8(i-1) + 3) = \Delta \hat{\mathbf{u}}_i + \delta \hat{\mathbf{u}}_i^o \quad (27)$$

$$\hat{\phi}_{1,i}(4) \triangleq \hat{\phi}_1(8(i-1) + 4) = \dot{r}_{1,i}^o + \delta \dot{r}_{1,i}^o \quad (28)$$

$$\hat{\phi}_{1,i}(5:7) \triangleq \hat{\phi}_1(8(i-1) + 5:8(i-1) + 7) = \Delta \hat{\mathbf{u}}_i + \delta \dot{\hat{\mathbf{u}}}_i^o \quad (29)$$

$$\hat{\phi}_{1,i}(8) \triangleq \hat{\phi}_1(8(i-1) + 8) = \dot{r}_{1,i}^o + \delta \dot{r}_{1,i}^o \quad (30)$$

$$\hat{\phi}_{1,s} \triangleq \hat{\phi}_1(8N + 1:8N + 3M) = \Delta \hat{\mathbf{s}} + \delta \hat{\mathbf{s}} \quad (31)$$

$$\hat{\phi}_{1,s} \triangleq \hat{\phi}_1(8N+3M+1:8N+6M) = \Delta \hat{s} + \delta \hat{s} \quad (32)$$

在此,我们使用 $\hat{\phi}_1(a:b)$ 表示由 $\hat{\phi}_1$ 中第 a 个元素到第 b 个元素所构成的子矢量. 经过第一步后,我们可直接通过 $\bar{\mathbf{u}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(1:3)$ 、 $\bar{\mathbf{u}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(5:7)$ 、 $\hat{s} - \hat{\phi}_{1,s}$ 以及 $\mathbf{s} - \hat{\phi}_{1,s}$ 给出信号源及感知节点的位置及移动速度估计结果,但 $\hat{\phi}_1$ 中估计误差 $\Delta\hat{\phi}_{1,i}(1:3)$ 、 $\Delta\hat{\phi}_{1,i}(4)$ 、 $\Delta\hat{\phi}_{1,i}(5:7)$ 、 $\Delta\hat{\phi}_{1,i}(8)$ 、 $\Delta\hat{\phi}_{1,s}$ 与 $\Delta\hat{\phi}_{1,s}$ 的存在使得它们无法达到其 CRLB 精度.

$\delta \mathbf{u}_i^o$ 、 $\delta \bar{r}_{1,i}^o$ 、 $\delta \dot{\mathbf{u}}_i^o$ 、 $\delta \bar{r}_{1,i}^o$ 、 $\delta \hat{s}$ 与 $\delta \hat{s}$ 分别理解为这些估计误差的估计,本文第二步优化的目的就是要对 $\delta \mathbf{u}_i^o$ 、 $\delta \dot{\mathbf{u}}_i^o$ 、 $\delta \hat{s}$ 与 $\delta \hat{s}$ 进行估计. 针对此问题,文献[1]利用在第一步中所忽略的 $(\bar{r}_{1,i}^o, \dot{\bar{r}}_{1,i}^o)$ 与 $(\Delta \bar{\mathbf{u}}_i, \Delta \dot{\bar{\mathbf{u}}}_i)$ 之间的关系进行 $(\Delta \bar{\mathbf{u}}_i, \Delta \dot{\bar{\mathbf{u}}}_i)$ 优化,但文献[1]中方法并未将感知节点位置误差矢量 $\Delta \boldsymbol{\beta} = [\Delta \mathbf{s}^T, \Delta \dot{\mathbf{s}}^T]^T$ 作为目标进行估计,本文算法第一步中将 φ_i^o 与 $\Delta \boldsymbol{\beta}$ 一起作为待估计量进行估计,在第二步中同时对估计得到的 $\hat{\varphi}_1$ 与 $\Delta \hat{\boldsymbol{\beta}}$ 进行优化.

对式(28)两侧平方并代入式(13)中 $\bar{r}_{1,i}^o$ 的定义可得

$$\hat{\varphi}_{1,i}^2(4) \approx (\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1)^T (\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1) + 2\bar{r}_{1,i}^o \cdot \Delta\hat{\phi}_{1,i}(4) \quad (33)$$

由 $\mathbf{u}_i^o = \bar{\mathbf{u}}_i - \Delta \bar{\mathbf{u}}_i$ 及式(27)可得

$$\mathbf{u}_i^o = \bar{\mathbf{u}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(1:3) + \delta \mathbf{u}_i^o \quad (34)$$

将式(34)代入式(33)得到关于待估计量 $\delta \mathbf{u}_i^o$ 的方程

$$2\bar{r}_{1,i}^o \cdot \Delta\hat{\phi}_{1,i}(4) = \varphi_{1,i}(4)^2 - (\bar{\mathbf{u}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(1:3) - \mathbf{s}_1)^T \cdot (\bar{\mathbf{u}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(1:3) - \mathbf{s}_1) - 2(\bar{\mathbf{u}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(1:3) - \mathbf{s}_1)^T \delta \mathbf{u}_i^o \quad (35)$$

其中 $\delta \mathbf{u}_i^o$ 的平方项忽略不计.

将式(28)与式(30)左右两侧互乘可得

$$\bar{r}_{1,i}^o \Delta\hat{\phi}_{1,i}(8) + \dot{\bar{r}}_{1,i}^o \Delta\hat{\phi}_{1,i}(4) = \hat{\phi}_{1,i}(4) \hat{\phi}_{1,i}(8) - \bar{r}_{1,i}^o \dot{\bar{r}}_{1,i}^o \quad (36)$$

其中 $\Delta\hat{\phi}_{1,i}(4)\Delta\hat{\phi}_{1,i}(8)$ 忽略不计,将式(16)下所定义 $\dot{\bar{r}}_{1,i}^o$ 与式(13)中所定义的定义 $\dot{\bar{r}}_{1,i}^o$ 代入式(36)可得

$$\dot{\bar{r}}_{1,i}^o \Delta\hat{\phi}_{1,i}(8) + \bar{r}_{1,i}^o \Delta\hat{\phi}_{1,i}(4) = \hat{\phi}_{1,i}(4) \hat{\phi}_{1,i}(8) - (\dot{\mathbf{u}}_i^o - \dot{\mathbf{s}}_1)^T \cdot (\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1) \quad (37)$$

由 $\dot{\mathbf{u}}_i^o = \dot{\bar{\mathbf{u}}}_i - \Delta \dot{\bar{\mathbf{u}}}_i$ 及式(29)可得

$$\dot{\mathbf{u}}_i^o = \dot{\bar{\mathbf{u}}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(5:7) + \delta \dot{\mathbf{u}}_i^o \quad (38)$$

将式(34)(38)代入式(37)得到关于待估计量 $\delta \mathbf{u}_i^o$ 与 $\delta \dot{\mathbf{u}}_i^o$ 的方程

$$\begin{aligned} & \dot{\bar{r}}_{1,i}^o \Delta\hat{\phi}_{1,i}(4) + \bar{r}_{1,i}^o \Delta\hat{\phi}_{1,i}(8) \\ & = \hat{\phi}_{1,i}(4) \hat{\phi}_{1,i}(8) - (\dot{\bar{\mathbf{u}}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(5:7) - \dot{\mathbf{s}}_1)^T \\ & \quad \cdot (\bar{\mathbf{u}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(1:3) - \mathbf{s}_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - [\dot{\bar{\mathbf{u}}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(5:7) - \dot{\mathbf{s}}_1]^T \cdot (\bar{\mathbf{u}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(1:3) - \mathbf{s}_1)^T \\ & \cdot [\mathbf{u}_i^{oT}, \delta \dot{\mathbf{u}}_i^{oT}]^T \end{aligned} \quad (39)$$

其中 $\delta \mathbf{u}_i^{oT} \delta \dot{\mathbf{u}}_i^{oT}$ 忽略不计. 此外

$$-\Delta\hat{\phi}_{1,i}(1:3) = -\delta \mathbf{u}_i^o, \quad -\Delta\hat{\phi}_{1,i}(5:7) = -\delta \dot{\mathbf{u}}_i^o$$

与式(35)、(39)相结合可得

$$\mathbf{B}_{2,i} \Delta\hat{\phi}_{1,i}(1:8) = \mathbf{h}_{2,i} - \mathbf{G}_{2,i} [\delta \mathbf{u}_i^{oT}, \delta \dot{\mathbf{u}}_i^{oT}]^T \quad (40)$$

其中

$$\mathbf{B}_{2,i} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 1} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times 3} & 2\bar{r}_{1,i}^o & \mathbf{O}_{1 \times 3} & \mathbf{O}_{1 \times 1} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 1} & -\mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times 3} & \dot{\bar{r}}_{1,i}^o & \mathbf{O}_{1 \times 3} & \bar{r}_{1,i}^o \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{h}_{2,i} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ \varphi_{1,i}(4)^2 - (\bar{\mathbf{u}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(1:3) - \mathbf{s}_1)^T \cdot (\bar{\mathbf{u}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(1:3) - \mathbf{s}_1) \\ \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ \varphi_{1,i}(4) \hat{\phi}_{1,i}(8) - (\dot{\bar{\mathbf{u}}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(5:7) - \dot{\mathbf{s}}_1)^T \cdot (\bar{\mathbf{u}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(1:3) - \mathbf{s}_1) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_{2,i} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ 2(\bar{\mathbf{u}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(1:3) - \mathbf{s}_1)^T & \mathbf{O}_{1 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ (\dot{\bar{\mathbf{u}}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(5:7) - \dot{\mathbf{s}}_1)^T & (\bar{\mathbf{u}}_i - \hat{\phi}_{1,i}(1:3) - \mathbf{s}_1)^T \end{bmatrix}$$

当 $i = 1, 2, \dots, N$, 由式(40)可得

$$\mathbf{B}_{2,u} \Delta\hat{\phi}_1(1:8N) = \mathbf{h}_{2,u} - \mathbf{G}_{2,u} \delta \boldsymbol{\varphi} \quad (41)$$

其中

$$\mathbf{B}_{2,u} = \text{diag}[\mathbf{B}_{2,1}, \mathbf{B}_{2,2}, \dots, \mathbf{B}_{2,N}]$$

$$\mathbf{h}_{2,u} = [\mathbf{h}_{2,1}^T, \mathbf{h}_{2,2}^T, \dots, \mathbf{h}_{2,N}^T]^T$$

$$\mathbf{G}_{2,u} = \text{diag}[\mathbf{G}_{2,1}, \mathbf{G}_{2,2}, \dots, \mathbf{G}_{2,N}]$$

$$\delta \boldsymbol{\varphi} = [\delta \mathbf{u}_1^{oT}, \delta \dot{\mathbf{u}}_1^{oT}, \delta \mathbf{u}_2^{oT}, \delta \dot{\mathbf{u}}_2^{oT}, \dots, \delta \mathbf{u}_N^{oT}, \delta \dot{\mathbf{u}}_N^{oT}]^T$$

又由于

$$-\Delta\hat{\phi}_1(8N+1:8N+3M) = -\delta \hat{\mathbf{s}}$$

$$-\Delta\hat{\phi}_1(8N+3M+1:8N+6M) = -\delta \dot{\hat{\mathbf{s}}}$$

结合式(41)可得

$$\zeta_2 = \mathbf{B}_2 \Delta\hat{\phi}_1 = \mathbf{h}_2 - \mathbf{G}_2 \boldsymbol{\varphi}_2 \quad (42)$$

其中

$$\mathbf{B}_2 = \text{diag}[\mathbf{B}_{2,u}, -\mathbf{I}_{3M \times 3M}, -\mathbf{I}_{3M \times 3M}]$$

$$\mathbf{h}_2 = [\mathbf{h}_{2,u}^T, \mathbf{O}_{3M \times 1}^T, \mathbf{O}_{3M \times 1}^T]^T$$

$$\mathbf{G}_2 = \text{diag}[\mathbf{G}_{2,u}, \mathbf{I}_{3M \times 3M}, \mathbf{I}_{3M \times 3M}]$$

$$\boldsymbol{\varphi}_2 = [\delta \boldsymbol{\varphi}^T, \delta \hat{\mathbf{s}}^T, \delta \dot{\hat{\mathbf{s}}}^T]^T$$

式(42)的 WLS 解为

$$\hat{\boldsymbol{\varphi}}_2 = (\mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2)^{-1} \mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{h}_2 \quad (43)$$

其中加权矩阵 \mathbf{W}_2 等于

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_2 &= E[\zeta_2 \zeta_2^T]^{-1} = \mathbf{B}_2^{-T} E[\Delta \phi_1 \Delta \phi_1^T]^{-1} \mathbf{B}_2^{-1} \\ &= \mathbf{B}_2^{-T} \text{cov}(\varphi_1)^{-1} \mathbf{B}_2^{-1} \end{aligned} \quad (44)$$

其中 $\text{cov}(\varphi_1)$ 如式(26)所示。

令

$$\hat{\varphi}_{2,i}(1:3) = \hat{\varphi}_2(6(i-1) + 1:6(i-1) + 3)$$

$$\hat{\varphi}_{2,i}(4:6) = \hat{\varphi}_2(6(i-1) + 4:6(i-1) + 6)$$

$$\hat{\varphi}_{2,s} = \hat{\varphi}_2(6N + 1:6N + 3M)$$

$$\hat{\varphi}_{2,s} = \hat{\varphi}_2(6N + 3M + 1:6N + 6M)$$

则信号源及感知节点的最终位置与速度分别为

$$\hat{\mathbf{u}}_i = \hat{\mathbf{u}}_i - (\hat{\varphi}_{1,i}(1:3) - \hat{\varphi}_{2,i}(1:3)) \quad (45)$$

$$\hat{\mathbf{u}}_i = \hat{\mathbf{u}}_i - (\hat{\varphi}_{1,i}(5:7) - \hat{\varphi}_{2,i}(4:6)) \quad (46)$$

$$\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{s}} - (\hat{\varphi}_{1,s} - \hat{\varphi}_{2,s}) \quad (47)$$

$$\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{s}} - (\hat{\varphi}_{1,s} - \hat{\varphi}_{2,s}) \quad (48)$$

综上所述,本文算法执行步骤为:

Step1 由式(24)计算得到 \mathbf{W}_1 , 由式(23)计算得到第一步估计结果 $\hat{\varphi}_1$;

Step2 由式(44)计算得到 \mathbf{W}_2 , 由式(43)计算得到第二步估计结果 $\hat{\varphi}_2$;

Step3 由式(45)得到被定位目标位置最终结果 $\hat{\mathbf{u}}_i$, 由式(46)得到被定位目标速度最终结果 $\hat{\mathbf{u}}_i$, 由式(47)得到感知节点位置最终结果 $\hat{\mathbf{s}}$, 由式(48)得到传感器网络中节点位置与速度最终结果 $\hat{\mathbf{s}}$ 。

值得注意的是,式(24)、(44)中的 \mathbf{W}_1 与 \mathbf{W}_2 由被定位目标真实位置及速度计算得到,算法实际应用与后续仿真中,可先由 $\mathbf{W}_1 = \mathbf{Q}_\alpha^{-1}$ 估计得到定位目标初始值,后由该初始值得到最佳的 \mathbf{W}_1 与 $\hat{\varphi}_1$, \mathbf{W}_2 由第一步结果 $\hat{\varphi}_1$ 估计得到。

4 算法性能理论分析

我们将对所提算法的最佳性能进行分析,我们将信号源的位置及速度估计结果表示为 $\hat{\boldsymbol{\theta}} = [\hat{\mathbf{u}}_1^T, \hat{\mathbf{u}}_1^T, \hat{\mathbf{u}}_2^T, \hat{\mathbf{u}}_2^T, \dots, \hat{\mathbf{u}}_N^T, \hat{\mathbf{u}}_N^T]^T$, 真实值为 $\boldsymbol{\theta}^o$, 感知节点位置及速度估计结果表示为 $\hat{\boldsymbol{\beta}} = [\hat{\mathbf{s}}^T, \hat{\mathbf{s}}^T]^T$, 其真实值为 $\boldsymbol{\beta}^o$ 。在此首先推导给出 $\boldsymbol{\Psi}^o = [\boldsymbol{\theta}^{oT}, \boldsymbol{\beta}^{oT}]^T$ 的 CRLB, 然后推导给出估计结果 $\boldsymbol{\Psi} = [\hat{\boldsymbol{\theta}}^T, \hat{\boldsymbol{\beta}}^T]^T$ 的协方差矩阵 $\text{cov}(\boldsymbol{\Psi})$, 将其与 CRLB 对比分析。

4.1 CRLB 推导

CRLB 给出了 $\boldsymbol{\theta}^o$ 的任何一个无偏估计的误差协方差矩阵的下界, CRLB 的迹是算法可以到达的最小均方误差(MSE)。由信号模型可知用于定位的数据矢量 $\mathbf{H} = [\boldsymbol{\alpha}^T, \boldsymbol{\beta}^T]^T$ 中, $\boldsymbol{\alpha}$ 是协方差矩阵为 \mathbf{Q}_α 零均值高斯随机矢量, $\boldsymbol{\beta}$ 为协方差矩阵为 \mathbf{Q}_β 的零均值高斯随机矢量, \mathbf{H} 的

对数概率密度函数为

$$\ln p(\mathbf{H}; \boldsymbol{\Psi}^o) = C - \frac{1}{2} (\mathbf{H} - \mathbf{H}^o)^T \mathbf{Q}^{-1} (\mathbf{H} - \mathbf{H}^o) \quad (49)$$

其中 C 为与 $\boldsymbol{\Psi}^o$ 无关的常数。

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_\alpha & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{Q}_\beta \end{bmatrix}$$

由式(49)可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln p(\mathbf{H}; \boldsymbol{\Psi}^o)}{\partial \boldsymbol{\Psi}^o} &= - \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{H}^o}{\partial \boldsymbol{\theta}^o} & \frac{\partial \mathbf{H}^o}{\partial \boldsymbol{\beta}^o} \end{bmatrix}^T \mathbf{Q}^{-1} (\mathbf{H} - \mathbf{H}^o) \\ &= - \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}^o}{\partial \boldsymbol{\theta}^o} & \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}^o}{\partial \boldsymbol{\beta}^o} \\ \mathbf{O} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^T \mathbf{Q}^{-1} (\mathbf{H} - \mathbf{H}^o) \end{aligned} \quad (50)$$

式(50)乘以其转置并取期望,得到 Fisher 信息矩阵:

$$\begin{aligned} \text{FIM}(\boldsymbol{\Psi}^o) &\triangleq E \left[\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{H}; \boldsymbol{\Psi}^o)}{\partial \boldsymbol{\Psi}^o \partial \boldsymbol{\Psi}^{oT}} \right] \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}^o}{\partial \boldsymbol{\theta}^o} & \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}^o}{\partial \boldsymbol{\beta}^o} \\ \mathbf{O} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & -\mathbf{1}_\alpha & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{Q}_\beta^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}^o}{\partial \boldsymbol{\theta}^o} & \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}^o}{\partial \boldsymbol{\beta}^o} \\ \mathbf{O} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^T & \mathbf{Z} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (51)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \left(\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}^o}{\partial \boldsymbol{\theta}^o} \right)^T \mathbf{Q}_\alpha^{-1} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}^o}{\partial \boldsymbol{\theta}^o} \right), \\ \mathbf{Y} &= \left(\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}^o}{\partial \boldsymbol{\theta}^o} \right)^T \mathbf{Q}_\alpha^{-1} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}^o}{\partial \boldsymbol{\beta}^o} \right), \\ \mathbf{Z} &= \mathbf{Q}_\beta^{-1} + \left(\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}^o}{\partial \boldsymbol{\beta}^o} \right)^T \mathbf{Q}_\alpha^{-1} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}^o}{\partial \boldsymbol{\beta}^o} \right) \end{aligned} \quad (52)$$

被定位信号源的位置及移动速度 $\boldsymbol{\theta}^o$ 为 $\boldsymbol{\Psi}^o$ 的前 $6N$ 项, 感知节点的位置及移动速度 $\boldsymbol{\beta}^o$ 为 $\boldsymbol{\Psi}^o$ 的后 $6M$ 项, 由分块矩阵求逆公式及式(51)可得, $\boldsymbol{\theta}^o$ 与 $\boldsymbol{\beta}^o$ 的 CRLB 分别为

$$\text{CRLB}(\boldsymbol{\theta}^o) = (\mathbf{X} - \mathbf{Y}\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{Y}^T)^{-1} \quad (53)$$

$$\text{CRLB}(\boldsymbol{\beta}^o) = (\mathbf{Z} - \mathbf{Y}^T\mathbf{X}^{-1}\mathbf{Y})^{-1} \quad (54)$$

4.2 cov($\boldsymbol{\Psi}$) 推导

将式(27)、(29)、(31)、(32)分别代入到式(45)、(46)、(47)、(48), 并由 $\hat{\mathbf{u}}_i = \mathbf{u}_i^o + \Delta \hat{\mathbf{u}}_i$, $\hat{\mathbf{u}}_i = \mathbf{u}_i^o + \Delta \hat{\mathbf{u}}_i$, $\mathbf{s} = \mathbf{s}^o + \Delta \hat{\mathbf{s}}$ 与 $\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^o + \Delta \hat{\mathbf{s}}$ 可得

$$\hat{\mathbf{u}}_i = \mathbf{u}_i^o - (\delta \mathbf{u}_i^o - \hat{\varphi}_{2,i}(1:3))$$

$$\hat{\mathbf{u}}_i = \mathbf{u}_i^o - (\delta \hat{\mathbf{u}}_i^o - \hat{\varphi}_{2,i}(4:6))$$

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^o - (\delta \mathbf{s}^o - \hat{\varphi}_{2,s})$$

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^o - (\delta \hat{\mathbf{s}}^o - \hat{\varphi}_{2,s})$$

因此, $\boldsymbol{\Psi}$ 的协方差矩阵 $\text{cov}(\boldsymbol{\Psi})$ 等于式(43)中 $\hat{\varphi}_2$ 的协方差矩阵, 由最小二乘估计理论可很方便的得到 $\text{cov}(\hat{\varphi}_2)$ 为:

$$\text{cov}(\boldsymbol{\Psi}) = \text{cov}(\hat{\varphi}_2) = (\mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2)^{-1} \quad (55)$$

将式(42)下所定义 \mathbf{G}_2 、式(43)下所定义 \mathbf{W}_2 、式(26)中所定义 $\text{cov}(\varphi_1)$ 、式(22)下所定义 \mathbf{G}_1 以及式(24)中所定义 \mathbf{W}_1 代入到式(55)中

$$\text{cov}(\Psi) = (\mathbf{G}_2^T \mathbf{B}_2^{-T} \mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1 \mathbf{B}_2^{-1} \mathbf{G}_2)^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}} & \hat{\mathbf{Y}} \\ \hat{\mathbf{Y}}^T & \hat{\mathbf{Z}} \end{bmatrix}^{-1} \quad (56)$$

其中

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{G}_3^T \mathbf{Q}_\alpha^{-1} \mathbf{G}_3, \hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{G}_3^T \mathbf{Q}_\alpha^{-1} \mathbf{G}_4, \hat{\mathbf{Z}} = \mathbf{Q}_\beta^{-1} + \mathbf{G}_4^T \mathbf{Q}_\alpha^{-1} \mathbf{G}_4 \quad (57)$$

其中

$$\mathbf{G}_3 = \mathbf{B}_1^{-1} \mathbf{G}_{1,u} \mathbf{B}_{2,u}^{-1} \mathbf{G}_{2,u}, \mathbf{G}_4 = \mathbf{B}_1^{-1} \mathbf{D}_1 \quad (58)$$

$\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 为 Ψ 的前 $6N$ 项, $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ 为 Ψ 的后 $6M$ 项, 由分块矩阵求逆公式及式(56)可得, $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 与 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ 的协方差矩阵分别为

$$\text{cov}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = (\hat{\mathbf{X}} - \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}^{-1} \hat{\mathbf{Y}}^T)^{-1} \quad (59)$$

$$\text{cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = (\hat{\mathbf{Z}} - \hat{\mathbf{Y}}^T \hat{\mathbf{X}}^{-1} \hat{\mathbf{Y}})^{-1} \quad (60)$$

同文献[1], 在此定义如下两假设条件

C1: $|\Delta r_{j1,i}|/r_{j,i}^o \approx 0$, 并且 $|\Delta \dot{r}_{j1,i}|/r_{j,i}^o \approx 0, j = 2, 3, \dots, M, i = 1, 2, \dots, N$;

C2: $|\Delta s_j|/r_{j,i}^o \approx 0$, 并且 $|\Delta \dot{s}_j|/r_{j,i}^o \approx 0, j = 1, 2, \dots, M, i = 1, 2, \dots, N$.

即当 TDOA 测量误差、FDOA 测量误差、节点位置误差及节点移动速度误差相对于信号源与节点间距离较小时, 上述两个假设条件满足。

附录证明了当上述两个条件满足时, 我们可得到

$$\mathbf{G}_3 = \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}^o}{\partial \boldsymbol{\theta}^o} \quad (61)$$

$$\mathbf{G}_4 \approx -\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}^o}{\partial \boldsymbol{\beta}^o} \quad (62)$$

由式(52)、(57)、(61)、(62)可得

$$\hat{\mathbf{X}} \approx \mathbf{X}, \hat{\mathbf{Y}} \approx -\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Z}} \approx \mathbf{Z} \quad (63)$$

由式(53)、(59)可知, 被定位信号源位置及移动速度的估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 的协方差矩阵 $\text{cov}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$, 与 $\boldsymbol{\theta}^o$ 的克拉美罗下界 $\text{CRLB}(\boldsymbol{\theta}^o)$ 具有相同的表达形式, 并结合式(63)可得

$$\text{cov}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \approx \text{CRLB}(\boldsymbol{\theta}^o) \quad (64)$$

同理

$$\text{cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) \approx \text{CRLB}(\boldsymbol{\beta}^o) \quad (65)$$

综上所述, 由式(64)、(65)可知, 本文算法对被定位信号源的位置及移动速度 $\boldsymbol{\theta}$ 、感知节点的位置及移动速度误差 $\boldsymbol{\beta}$ 进行联合定位时, 无论是 $\boldsymbol{\theta}$ 还是 $\boldsymbol{\beta}$ 的估计精度都可以达到其对应的克拉美罗下界。

5 计算机仿真验证及分析

为便于比较分析, 本文计算机仿真验证采用文献[1]中相同的仿真条件, 如图1所示, 感知节点由 $M = 6$ 个节点构成, 其位置及速度的真实值如表1所示, 仿真

中节点位置与速度取值通过在真实值上添加协方差矩阵为 $\mathbf{Q}_\beta = \text{diag}(\mathbf{J}_s, \dot{\mathbf{J}}_s)$ 的零均值高斯随机误差生成, 其中 $\mathbf{J}_s = \sigma_s^2 \mathbf{J}, \dot{\mathbf{J}}_s = \sigma_{\dot{s}}^2 \mathbf{J}$, 默认情况下, $\sigma_s^2 = 0.1 \sigma_{\dot{s}}^2, \mathbf{J} = \text{diag}([10, 10, 10, 2, 2, 2, 10, 10, 10, 40, 40, 40, 20, 20, 20, 3, 3, 3])$ 。

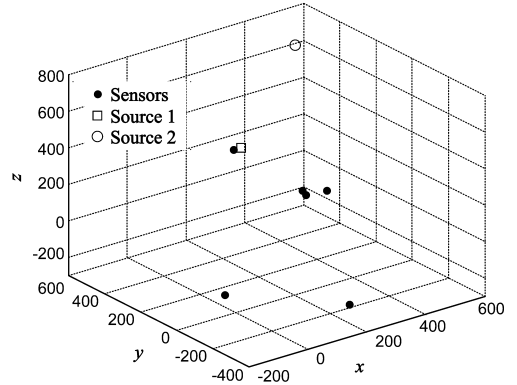


图1 信号源定位场景

表1 感知节点真实位置(单位:米)及移动速度(单位:米/秒)

节点 i	$x_{s,i}^o$	$y_{s,i}^o$	$z_{s,i}^o$	$\dot{x}_{s,i}^o$	$\dot{y}_{s,i}^o$	$\dot{z}_{s,i}^o$
1	300	100	150	30	-20	20
2	400	150	100	-30	10	20
3	300	500	200	10	-20	10
4	350	200	100	10	20	30
5	-100	-100	-100	-20	10	10
6	200	-300	-200	20	-10	10

仿真所用定位目标的 TDOA 与 FDOA 通过在其真实值上添加协方差矩阵为 $\mathbf{Q}_\alpha = \text{diag}(\mathbf{R}_t, \mathbf{R}_f)$ 的零均值高斯随机误差生成, $\mathbf{R}_t = \sigma_t^2 \mathbf{R}, \mathbf{R}_f = \sigma_f^2 \mathbf{R}, \mathbf{R}$ 为 $(M-1)(M-1)$ 维对角元素为 1, 其它为 0.5 的对角矩阵, 不同定位目标的 TDOA 与 FDOA 测量相互独立, 所有仿真中令 $\sigma_t^2 = 10^{-4} \text{m}^2, \sigma_f^2 = 10^{-6} (\text{m/s})^2$ 。

算法过程按照式(48)下所述步骤执行, 本文所有仿真用来性能分析的算法定位精度通过 $\text{MSE}(\mathbf{u}_i) = \sum_{l=1}^L \|\mathbf{u}(l)_i - \mathbf{u}_i^o\|^2 / L$ 来计算, 其中 $\mathbf{u}(l)_i$ 为信号源 \mathbf{u}_i 的第 l 次蒙特卡洛仿真得到的位置估计值, 对于被定位目标

\mathbf{u}_i 的移动速度 $\text{MSE}(\dot{\mathbf{u}}_i) = \sum_{l=1}^L \|\dot{\mathbf{u}}_i^{(l)} - \dot{\mathbf{u}}_i^o\|^2 / L$, 感知节点 s_j 的位置 $\text{MSE}(s_j) = \sum_{l=1}^L \|s_j^{(l)} - s_j^o\|^2 / L$, 感知节点 s_j

的移动速度 $\text{MSE}(\dot{s}_j) = \sum_{l=1}^L \|\dot{s}_j^{(l)} - \dot{s}_j^o\|^2 / L, L = 10^4$ 为仿真运行次数. 本文在此考虑基于 TDOA 与 FDOA 对两个目标进行定位, $\mathbf{u}_1^o = [314, 483, 209]^T \text{m}, \dot{\mathbf{u}}_1^o = [-20, 15, 40]^T \text{m/s}, \mathbf{u}_2^o = [600, 650, 550]^T \text{m}, \dot{\mathbf{u}}_2^o = [40, -20, 15]^T \text{m/s}$ 。

5.1 信号源位置及速度估计精度随 σ_s^2 变化情况

图 2 给出了由本文算法所得到信号源位置的 MSE (\mathbf{u}_i)、文献[1]中算法所得到的信号源位置 MSE (\mathbf{u}_i)以及信号源位置估计可达到的 CRLB (\mathbf{u}_i^o)的迹,随感知节点位置误差强度 σ_s^2 的变化情况.两个被定位目标 \mathbf{u}_1^o 与 \mathbf{u}_2^o 的结果分别给出,图中 MSE (\mathbf{u}_i) 较小的三条曲线对应的是距离传感器网络较近的信号源 \mathbf{u}_1^o ,上方三条曲线对应的是距离传感器网络稍远的信号源 \mathbf{u}_2^o .

图 3 给出了由本文算法所得到信号源速度的 MSE ($\dot{\mathbf{u}}_i$)、文献[1]中算法所得到的信号源速度 MSE ($\dot{\mathbf{u}}_i$)以及信号源速度估计可达到的 CRLB ($\dot{\mathbf{u}}_i^o$)的迹,随感知节点位置误差强度 σ_s^2 的变化情况.同样,两个被定位目标 $\dot{\mathbf{u}}_1^o$ 与 $\dot{\mathbf{u}}_2^o$ 的结果分别给出,图中 MSE ($\dot{\mathbf{u}}_i$) 较小的三条曲线对应的是距离传感器网络较近的信号源速度 $\dot{\mathbf{u}}_1^o$,上方三条曲线对应的是距离传感器网络稍远的信号源速度 $\dot{\mathbf{u}}_2^o$.

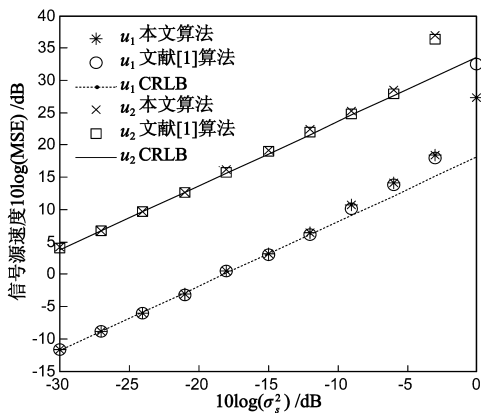


图2 信号源速度估计精度随 σ_s^2 变化情况曲线图

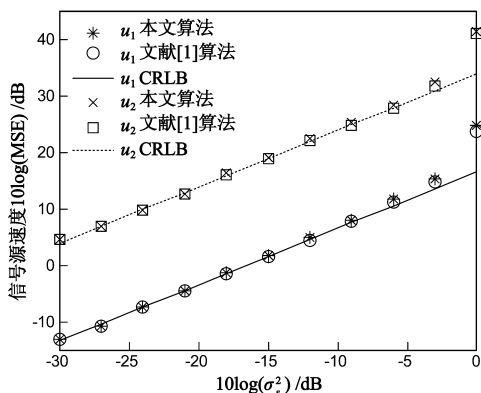


图3 信号源位置估计精度随 σ_s^2 变化情况曲线图

由图 2 及图 3 可清晰得知,本文算法所得到信号源位置与速度的估计精度与文献[1]中对应结果精度近乎相同,这说明本文算法在对感知节点位置与速度进行优化时,并没有损坏文献[1]中算法对信号源位置及

速度估计的精度,当 $10\log(\sigma_s^2) < -6\text{dB}$ 时,均可达到其对应的 CRLB 估计精度.

5.2 感知节点位置及速度估计精度随 σ_s^2 变化情况

图 4 给出了本文算法所得到传感器网络 $M = 6$ 个节点位置及速度的均方误差 MSE (\mathbf{s}) = $\sum_{j=1}^M \text{MSE}(\mathbf{s}_j)/M$ 、 $\text{MSE}(\dot{\mathbf{s}}) = \sum_{j=1}^M \text{MSE}(\dot{\mathbf{s}}_j)/M$ 以及所对应 CRLB (\mathbf{s}^o) 与 CRLB ($\dot{\mathbf{s}}^o$) 的迹,随感知节点位置误差强度 σ_s^2 的变化情况;图 4 中上部子图对应的是节点平均位置误差,下部子图对应的是节点平均速度误差.

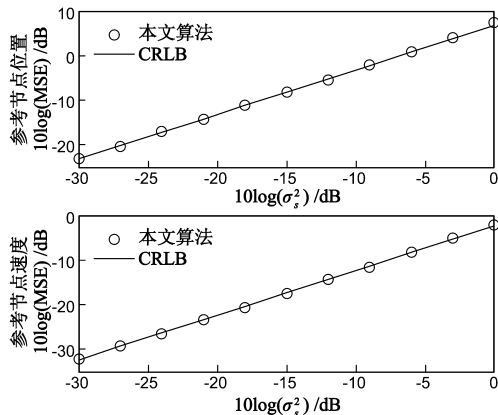


图4 参考节点位置与速度估计精度随 σ_s^2 变化情况曲线图

为避免由于误差平均造成的性能分析不合理性,图 5 同时给出了单独参考节点 \mathbf{s}_1 的位置及速度估计均方误差 MSE (\mathbf{s}_1)、 $\text{MSE}(\dot{\mathbf{s}}_1)$ 以及所对应 CRLB (\mathbf{s}_1^o) 与 CRLB ($\dot{\mathbf{s}}_1^o$) 的迹,随感知节点位置误差强度 σ_s^2 的变化情况.图 5 中上部子图对应 \mathbf{s}_1 位置误差,下部子图对应 $\dot{\mathbf{s}}_1$ 速度误差.

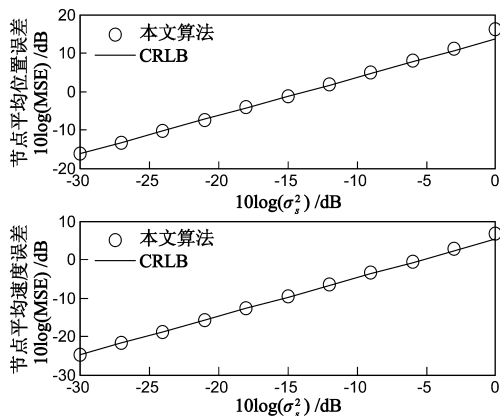


图5 感知节点位置与速度平均估计精度随 σ_s^2 变化情况曲线图

由图 4 及图 5 可知,无论是节点位置与速度的平均估计误差,还是参考节点单节点位置与速度的估计误差,当 $10\log(\sigma_s^2) \leq -3\text{dB}$ 时,均可较好的达到其对应的 CRLB 估计精度.

6 结论

本文对文献[1]算法进行了进一步提升,算法给出了多个不相关信号源的位置及速度估计结果,对比文献[1]算法性能近似;与文献[1]算法不同的是,本文算法同时给出了感知节点位置及速度估计结果,在节点误差强度不过大的情况下可达到其对应 CRLB 估计精度;本文算法为代数闭式解算法,不需要提前给出初始值;计算机仿真验证了本文算法的正确性,并且算法不需要多次迭代完成,复杂度较低,在实际应用中具有广泛的应用前景。

附录

式(61)证明

由 α^o 及 θ^o 定义可知

$$\frac{\partial \alpha^o}{\partial \theta^o} = \text{diag} \left(\frac{\partial \alpha_1^o}{\partial \theta_1^o}, \frac{\partial \alpha_2^o}{\partial \theta_2^o}, \dots, \frac{\partial \alpha_N^o}{\partial \theta_N^o} \right) \quad (66)$$

其中

$$\frac{\partial \alpha_i^o}{\partial \theta_i^o} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_i^o}{\partial u_i^o} & \frac{\partial r_i^o}{\partial \dot{u}_i^o} \\ \frac{\partial \dot{r}_i^o}{\partial u_i^o} & \frac{\partial \dot{r}_i^o}{\partial \dot{u}_i^o} \end{bmatrix} \quad (67)$$

其中 $\partial r_i^o / \partial \dot{u}_i^o = \mathbf{O}_{(M-1) \times 3}$, $\partial r_i^o / \partial u_i^o = \partial \dot{u}_i^o / \partial \dot{r}_i^o$, 其第 $(j-1)$ 行为 $\rho_{u_i^o, s_j^o}^T - \rho_{u_i^o, s_1^o}^T$, $\partial \dot{r}_i^o / \partial u_i^o$ 的第 $(j-1)$ 行为 $\gamma_{u_i^o, s_j^o}^T - \gamma_{u_i^o, s_1^o}^T$, 其中 $\gamma_{u_i^o, s_j^o}^T = (\dot{u}_i^o - \dot{s}_j^o) / r_{j,i}^o - \dot{r}_{j,i}^o / r_{j,i}^o \times \rho_{u_i^o, s_j^o}^T$.

另一方面,由 $\mathbf{B}_1, \mathbf{G}_{1,u}, \mathbf{B}_{2,u}, \mathbf{G}_{2,u}$ 的定义可得

$$\mathbf{G}_3 = \text{diag}[\mathbf{G}_{3,1}, \mathbf{G}_{3,2}, \dots, \mathbf{G}_{3,N}] \quad (68)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{3,i} &= \mathbf{B}_{1,i}^{-1} \mathbf{G}_{1,i} \mathbf{B}_{2,i}^{-1} \mathbf{G}_{2,i} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \mathbf{G}_{t,i} \mathbf{B}_{2,i}^{-1} \mathbf{G}_{2,i} \\ \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \mathbf{G}_{f,i} \mathbf{B}_{2,i}^{-1} \mathbf{G}_{2,i} - \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \dot{\mathbf{B}}_{s,i} \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \mathbf{G}_{t,i} \mathbf{B}_{2,i}^{-1} \mathbf{G}_{2,i} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (69)$$

其中 $\mathbf{B}_{s,i}^{-1} \mathbf{G}_{t,i} \mathbf{B}_{2,i}^{-1} \mathbf{G}_{2,i}$ 为 $\mathbf{G}_{3,i}$ 的上 $(M-1)$ 行,其第 $(j-1)$ 行为

$$\left[-\frac{(s_j - s_1)^T}{r_{j,i}^o} - \frac{r_{j1,i}}{r_{j,i}^o} \cdot \frac{(\bar{u}_i - \hat{\phi}_{1,i}(1:3) - s_1)^T}{\bar{r}_{1,i}} \quad \mathbf{O}_{1 \times 3} \right]$$

由假设条件 C2 可得

$$\frac{(\bar{u}_i - \hat{\phi}_{1,i}(1:3) - s_1)^T}{\bar{r}_{j,i}} \approx \rho_{u_i^o, s_j^o}^T \quad (70)$$

则

$$\begin{aligned} & -\frac{(s_j - s_1)^T}{r_{j,i}^o} - \frac{r_{j1,i}}{r_{j,i}^o} \cdot \frac{(\bar{u}_i - \hat{\phi}_{1,i}(1:3) - s_1)^T}{\bar{r}_{1,i}} \\ & \approx -\frac{(s_j - s_1)^T}{r_{j,i}^o} - \frac{r_{j1,i}}{r_{j,i}^o} \cdot \rho_{u_i^o, s_j^o}^T = \rho_{u_i^o, s_j^o}^T - \rho_{u_i^o, s_1^o}^T \end{aligned} \quad (71)$$

结合 $\partial r_i^o / \partial \dot{u}_i^o$ 与 $\partial r_i^o / \partial u_i^o$ 的表达式可得

$$\mathbf{B}_{s,i}^{-1} \mathbf{G}_{t,i} \mathbf{B}_{2,i}^{-1} \mathbf{G}_{2,i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_i^o}{\partial u_i^o} & \frac{\partial r_i^o}{\partial \dot{u}_i^o} \end{bmatrix} \quad (72)$$

式(69)中 $\mathbf{B}_{s,i}^{-1} \mathbf{G}_{f,i} \mathbf{B}_{2,i}^{-1} \mathbf{G}_{2,i} - \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \dot{\mathbf{B}}_{s,i} \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \mathbf{G}_{t,i} \mathbf{B}_{2,i}^{-1} \mathbf{G}_{2,i}$ 为 $\mathbf{G}_{3,i}$ 的下 $(M-1)$ 行,其第 $(j-1)$ 为

$$\begin{bmatrix} \frac{(\dot{u}_i^o - \dot{s}_j^o)^T}{r_{j,i}^o} - \frac{(\dot{u}_i^o - \dot{s}_1^o)^T}{r_{1,i}^o} - \frac{r_{j1,i}}{r_{j,i}^o} \rho_{u_i^o, s_j^o}^T + \frac{r_{11,i}}{r_{1,i}^o} \rho_{u_i^o, s_1^o}^T \\ -\frac{(s_j - s_1)^T}{r_{j,i}^o} - \frac{r_{j1,i}}{r_{j,i}^o} \cdot \rho_{u_i^o, s_j^o}^T \end{bmatrix}$$

结合 $\gamma_{u_i^o, s_j^o}^T, \partial r_i^o / \partial \dot{u}_i^o$ 及 $\partial r_i^o / \partial u_i^o$ 的定义可得

$$\mathbf{B}_{s,i}^{-1} \mathbf{G}_{f,i} \mathbf{B}_{2,i}^{-1} \mathbf{G}_{2,i} - \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \dot{\mathbf{B}}_{s,i} \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \mathbf{G}_{t,i} \mathbf{B}_{2,i}^{-1} \mathbf{G}_{2,i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{r}_i^o}{\partial u_i^o} & \frac{\partial \dot{r}_i^o}{\partial \dot{u}_i^o} \end{bmatrix} \quad (73)$$

由式(69)、(72)、(73)可得

$$\mathbf{G}_{3,i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_i^o}{\partial u_i^o} & \frac{\partial r_i^o}{\partial \dot{u}_i^o} \\ \frac{\partial \dot{r}_i^o}{\partial u_i^o} & \frac{\partial \dot{r}_i^o}{\partial \dot{u}_i^o} \end{bmatrix} = \frac{\partial \alpha_i^o}{\partial \theta_i^o} \quad (74)$$

由式(66)、(68)、(74)可得

$$\mathbf{G}_3 = \frac{\partial \alpha^o}{\partial \theta^o} \quad (75)$$

式(62)证明

由 α^o 及 β^o 定义可知

$$\frac{\partial \alpha^o}{\partial \beta^o} = [(\partial \alpha_1^o / \partial \beta^o)^T, (\partial \alpha_2^o / \partial \beta^o)^T, \dots, (\partial \alpha_N^o / \partial \beta^o)^T]^T \quad (76)$$

其中

$$\frac{\partial \alpha_i^o}{\partial \beta^o} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_i^o}{\partial s^o} & \frac{\partial r_i^o}{\partial \dot{s}^o} \\ \frac{\partial \dot{r}_i^o}{\partial s^o} & \frac{\partial \dot{r}_i^o}{\partial \dot{s}^o} \end{bmatrix} \quad (77)$$

其中 $\partial r_i^o / \partial \dot{s}^o = \mathbf{O}_{(M-1) \times 3M}$, $\partial r_i^o / \partial s^o = \partial \dot{r}_i^o / \partial \dot{s}^o$, 其第 $(j-1)$ 行为 $[\rho_{u_i^o, s_j^o}^T, \mathbf{O}_{3(j-2) \times 1}^T, -\rho_{u_i^o, s_j^o}^T, \mathbf{O}_{3(M-j) \times 1}^T]$, $\partial \dot{r}_i^o / \partial s^o$ 的第 $(j-1)$ 行为 $[\gamma_{u_i^o, s_1^o}^T, \mathbf{O}_{3(j-2) \times 1}^T, -\gamma_{u_i^o, s_j^o}^T, \mathbf{O}_{3(M-j) \times 1}^T]$.

另一方面,由式(58)及 $\mathbf{B}_1, \mathbf{D}_1$ 的定义可得

$$\mathbf{G}_4 = [\mathbf{G}_{4,1}^T, \mathbf{G}_{4,2}^T, \dots, \mathbf{G}_{4,N}^T]^T \quad (78)$$

由 $\mathbf{B}_{1,i}$ 及 $\mathbf{D}_{1,i}$ 定义可得

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{4,i} &= \mathbf{B}_{1,i}^{-1} \mathbf{D}_{1,i} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \mathbf{D}_{s,i} & \mathbf{O}_{(M-1) \times 3M} \\ \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \dot{\mathbf{D}}_{s,i} - \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \dot{\mathbf{B}}_{s,i} \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \mathbf{D}_{s,i} & \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \mathbf{D}_{s,i} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (79)$$

由 $\mathbf{B}_{s,i}, \mathbf{D}_{s,i}, \dot{\mathbf{B}}_{s,i}, \dot{\mathbf{D}}_{s,i}$ 定义可得:

$$\mathbf{B}_{s,i}^{-1} \mathbf{D}_{s,i} = [(\mathbf{D}_{2,i} / r_{2,i}^o)^T, (\mathbf{D}_{3,i} / r_{3,i}^o)^T, \dots, (\mathbf{D}_{N,i} / r_{N,i}^o)^T]^T \quad (80)$$

$$\mathbf{B}_{s,i}^{-1} \dot{\mathbf{D}}_{s,i} - \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \dot{\mathbf{B}}_{s,i} \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \mathbf{D}_{s,i} = [(\dot{\mathbf{D}}_{2,i} / r_{2,i}^o - \mathbf{D}_{2,i} / r_{2,i}^o) /$$

$$\begin{bmatrix} r_{2,i}^{o2} \\ \dot{\mathbf{D}}_{3,i}/r_{3,i}^o - \mathbf{D}_{3,i} \dot{r}_{3,i}^o / r_{3,i}^{o2}, \dots, \dot{\mathbf{D}}_{N,i}/r_{N,i}^o - \mathbf{D}_{N,i} \dot{r}_{N,i}^o / r_{N,i}^{o2} \end{bmatrix}^T \quad (81)$$

其中

$$\mathbf{D}_{j,i}/r_{j,i}^o \approx \left[-\boldsymbol{\rho}_{u_i, s_j}^T, \mathbf{O}_{3(j-2) \times 1}^T, \boldsymbol{\rho}_{u_i, s_j}^T, \mathbf{O}_{3(M-j) \times 1}^T \right] \quad (82)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{D}}_{j,i}/r_{j,i}^o - \mathbf{D}_{j,i} \dot{r}_{j,i}^o / r_{j,i}^{o2} \\ \approx \left[-\boldsymbol{\gamma}_{u_i, s_j}^T, \mathbf{O}_{3(j-2) \times 1}^T, \boldsymbol{\gamma}_{u_i, s_j}^T, \mathbf{O}_{3(M-j) \times 1}^T \right] \end{aligned} \quad (83)$$

由(79)、(82)及 $\partial r_i^o / \partial s^o, \partial \dot{r}_i^o / \partial \dot{s}^o$ 定义可得

$$\mathbf{B}_{s,i}^{-1} \dot{\mathbf{D}}_{s,i} \approx -\partial r_i^o / \partial s^o = -\partial \dot{r}_i^o / \partial \dot{s}^o \quad (84)$$

由(80)、(83)及 $\partial r_i^o / \partial s^o$ 定义可得

$$\mathbf{B}_{s,i}^{-1} \dot{\mathbf{D}}_{s,i} - \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \dot{\mathbf{B}}_{s,i} \mathbf{B}_{s,i}^{-1} \mathbf{D}_{s,i} \approx -\partial r_i^o / \partial s^o \quad (85)$$

由式(77)、(79)、(84)、(85)可得

$$\mathbf{G}_{4,i} \approx -\partial \boldsymbol{\alpha}_i^o / \partial \boldsymbol{\beta}^o \quad (86)$$

由式(76)、(78)、(86)可得

$$\mathbf{G}_4 \approx -\partial \boldsymbol{\alpha}^o / \partial \boldsymbol{\beta}^o \quad (87)$$

参考文献

- [1] M Sun, K C Ho. An asymptotically efficient estimator for TDOA and FDOA positioning of multiple disjoint sources in the presence of sensor location uncertainties[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(7): 3434 – 3440.
- [2] 戴桂兰, 赵冲冲, 邱岩. 一种基于球面坐标的无线传感器网络三维定位机制[J]. 电子学报, 2008, 36(7): 1297 – 1303.
Dai Gui-lan, Zhao Chong-chong, Qiu yan. A localization scheme based on sphere for wireless sensor network in 3D[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(7): 1297 – 1303. (in Chinese)
- [3] 刘晓莉, 廖桂生. 双基地 MIMO 雷达多目标定位及幅相误差估计[J]. 电子学报, 2011, 39(3): 596 – 601.
Liu Xiao-li, Liao Gui-sheng. Multitarget localization and estimation of gain-phase error for bistatic MIMO radar[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(3): 596 – 601. (in Chinese)
- [4] E Tsalolikhin, I Bilik, N Blaunstein. A Single-Base-Station Localization Approach Using a Statistical Model of the NLOS Propagation Conditions in Urban Terrain[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2011, 60(3): 1124 – 1137.
- [5] K C Ho, X Lu, L Kovavisaruch. Source localization using TDOA and FDOA measurements in the presence of receiver location errors: analysis and solution[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(2): 684 – 696.

- [6] A Manikas, Y I Kamil, M Willerton. Source Localization Using Sparse Large Aperture Arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(12): 6617 – 6629.
- [7] M Ren, Y X Zou. A Novel Multiple Sparse Source Localization Using Triangular Pyramid Microphone Array[J]. IEEE Signal Processing Letter, 2012, 19(2): 83 – 86.
- [8] A Canclini, E Antonacci, A Sarti, S Tubaro. Acoustic Source Localization With Distributed Asynchronous Microphone Networks[J]. IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2013, 21(2): 439 – 443.
- [9] Z Wang (Reza), S A Zekavat. Omnidirectional Mobile NLOS Identification and Localization via Multiple Cooperative Nodes [J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2012, 11(12): 2047 – 2059.
- [10] T Chen, C Liu, Y V Zakharov. Source Localization Using Matched-Phase Matched-Field Processing With Phase Descent Search[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2012, 37(2): 261 – 270.
- [11] H Yu, G Huang, J Gao, B Liu. An Efficient Constrained Weighted Least Squares Algorithm for Moving Source Location Using TDOA and FDOA Measurements[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(1): 44 – 47.
- [12] H W Wei, R Peng, Q Wan, Z X Chen. Multidimensional scaling analysis for passive moving target localization with TDOA and FDOA measurements [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3): 1677 – 1688.
- [13] G H Jajamovich, X Wang. Joint Multitarget Tracking and Sensor Localization in Collaborative Sensor Networks [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(10): 2361 – 2375.

作者简介



郝本建 男, 1982 年出生于山东省泰安市, 现为西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室博士后, 主要研究方向: 无线通信, 电磁频谱监测, 无线传感器网络, 信号源定位与跟踪。
E-mail: bjhao@xidian.edu.cn